

# 1 Fonctions Généralités et Fonctions de Référence

## 1.1 Lecture graphique

*Ecouter la vidéo pour des explications sur chaque question*

- Ensemble de définition  $\mathcal{D}_f$**  : Les points extrêmes de la courbe ont pour abscisses  $-4$  et  $4$ . L'ensemble de définition est donc :

$$\mathcal{D}_f = [-4 ; 4]$$

- Images :**

- Pour  $x = -3$ , le point de la courbe est sur l'axe des abscisses. Donc l'image de  $-3$  par  $f$  est  $0$  (noté  $f(-3) = 0$ ).
- Pour  $x = 0$ , la courbe coupe l'axe des ordonnées en environ  $2$ . Donc l'image de  $0$  par  $f$  est  $2$  (noté  $f(0) \approx 2$ ).

- Antécédent(s) de  $1$  par  $f$**  : On cherche les abscisses des points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  avec la droite horizontale  $y = 1$ . Graphiquement, on trouve trois antécédents :

$$x_1 \approx -2,6 \quad ; \quad x_2 \approx 1,5 \quad ; \quad x_3 \approx 2,9$$

- Nombre possédant exactement 2 antécédents et un sans antécédent :**

- Le nombre  $-4$  (ordonnée du minimum local ou valeur proche) possède exactement 2 antécédents (ou toute valeur d'ordonnée tangente à un extremum local).
- Le nombre  $-6$  n'a pas d'antécédent car la courbe ne descend pas en dessous de  $y \approx -5,25$ .

- Résolution graphique d'équations :**

- $f(x) = -2$  : les abscisses des points d'intersection donnent  $\mathbf{S} = \{-2 ; 2\}$  (valeurs lues graphiquement).
- $f(x) = 0$  : ce sont les abscisses des points d'intersection avec l'axe  $(Ox)$ , d'où  $\mathbf{S} = \{-3 ; 1 ; 3\}$ .
- $f(x) = 6$  : la courbe n'atteint jamais l'ordonnée  $6$ , d'où  $\mathbf{S} = \emptyset$ .

- Résolution graphique d'inéquations :**

- $f(x) \geq 1$  : la courbe est au-dessus de la droite  $y = 1$ .  $\mathbf{S} \approx [-2,6 ; 1,5] \cup [2,9 ; 4]$ .
- $f(x) > -3$  : la courbe est strictement au-dessus de la droite  $y = -3$ .  $\mathbf{S} \approx [-3,5 ; 4]$ .
- $f(x) \leq 0$  : la courbe est en dessous ou sur l'axe des abscisses.  $\mathbf{S} = [-4 ; -3] \cup [1 ; 3]$ .

- Tableau de signes de  $f$  :**

$x$	$-4$	$-3$	$1$	$3$	$4$
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$+$

- Tableau de variations de  $f$**  : Le maximum global de  $f$  est atteint en  $x = 4$  et vaut  $3,15$ . Le minimum global est atteint en  $x = -4$  et vaut  $-5,25$ .

$x$	$-4$	$-1,5$	$2,2$	$4$
Variations de $f$	$-5,25$	$2,4$	$-1,2$	$3,15$

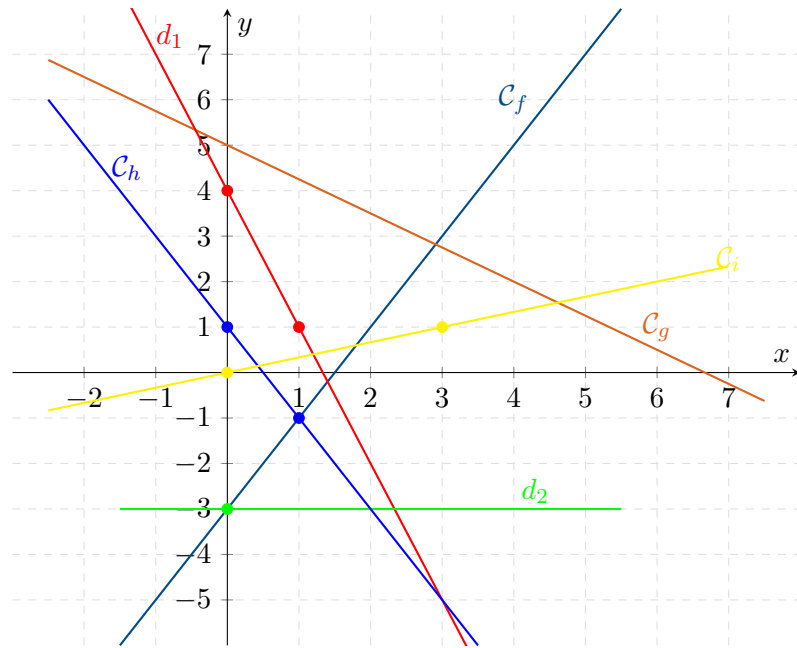
## 1.2 Variations et ordre

1. D'après le tableau de variations, on lit directement :  $\mathbf{f(-3) = 7}$ . Cependant, pour  $f(-5)$ , la valeur n'est pas explicitement donnée mais le tableau indique que la fonction démarre à une valeur inconnue (ou non précisée) supérieure à 3. On sait juste que  $f(-5) = 3$ . Donc  $\mathbf{f(-5) = 3}$ .
2. **Nombre d'antécédents :**
  - Pour 2 :  $2 \in [3; 7]$  (1 antécédent),  $2 \in [-5; 7]$  (1 antécédent), et  $2 \notin [-5; 0]$ . Il y a donc 2 antécédents.
  - Pour -5 : la valeur minimale atteinte est -5 en  $x = 4$ . Il y a donc 1 seul antécédent (qui est 4).
3. **Comparaison :**
  - $f(-2) > f(3)$  : Sur  $[-3; 2]$ , la fonction décroît de 7 à 3. En  $x = 2$ ,  $f(2) = 3$ . Sur  $[2; 4]$ , elle décroît de 3 à -5. Donc  $f(-2) \in [3; 7]$  et  $f(3) \in [-5; 3]$ , d'où  $f(-2) > f(3)$ .
  - $f(-4) < f(-2)$  : Sur  $[-5; -3]$ , la fonction croît de 3 à 7. Donc  $f(-5) < f(-4) < f(-3)$ . Sur  $[-3; 2]$ , elle décroît de 7 à 3. On ne peut pas comparer précisément  $f(-4)$  et  $f(-2)$  sans l'expression analytique. C'est donc impossible.
  - $f(-4) > f(6)$  :  $f(-4) \in [3; 7]$ . Sur  $[4; 7]$ , la fonction croît de -5 à 0. Donc  $f(6) \in [-5; 0]$ . Ainsi,  $f(-4) > f(6)$ .
  - $f(5) < f(6)$  : Sur l'intervalle  $[4; 7]$ , la fonction est strictement croissante. Comme  $4 \leq 5 < 6 \leq 7$ , l'ordre est conservé :  $f(5) < f(6)$ .
  - $f(-4) > f(3)$  : Comme établi,  $f(-4) \in [3; 7]$  et  $f(3) \in [-5; 3]$ , donc  $f(-4) > f(3)$ .
4. **Signe de  $f(-4)$  et  $f(0)$  :**
  - $f(-4) \in [3; 7]$ , donc  $\mathbf{f(-4) > 0}$  (positif).
  - Sur l'intervalle  $[-3; 2]$ , la fonction décroît de 7 à 3. Comme  $0 \in [-3; 2]$ ,  $f(0) \in [3; 7]$ , donc  $\mathbf{f(0) > 0}$  (positif).

## 1.3 Fonctions affines

*Ecouter la vidéo pour des explications sur chaque question*

1. (a) Expressions par lecture graphique :
  - Pour  $\mathcal{C}_f$  : L'ordonnée à l'origine est -3, donc  $f(x) = ax - 3$ . Le coefficient directeur est donné par l'élévation de 2 unités quand on avance de 1 en abscisse, soit  $a = 2$ . D'où  $\mathbf{f(x) = 2x - 3}$ .
  - Pour  $\mathcal{C}_g$  : L'ordonnée à l'origine est 5, donc  $g(x) = bx + 5$ . Quand on avance de 4 unités en abscisse, on descend de 3 unités en ordonnée, soit  $b = -\frac{3}{4} = -0,75$ . D'où  $\mathbf{g(x) = -0,75x + 5}$ .
- (b) Tracé de  $d_1$  et  $d_2$  :
  - $(d_1)$  :  $y = -3x + 4$  passe par  $(0; 4)$  et  $(1; 1)$ .
  - $(d_2)$  :  $y = -3$  est une droite horizontale passant par  $(0; -3)$ .
  - On aurait pu également trouver deux points pour chacune des deux droites représentant les fonctions affines en faisant des tableaux de valeurs.



2. (a) Pour  $h(x) = -2x + 1$  : coef. directeur =  $-2$  ; ordonnée à l'origine =  $1$ .  
 Pour  $i(x) = \frac{1}{3}x$  : coef. directeur =  $\frac{1}{3}$  ; ordonnée à l'origine =  $0$ .
- (b)  $h$  a un coefficient directeur négatif ( $-2 < 0$ ), donc  $h$  est strictement décroissante sur  $\mathbb{R}$ .  
 $i$  a un coefficient directeur positif ( $\frac{1}{3} > 0$ ), donc  $i$  est strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ .
- (c)  $h(-1, 3) = -2 \times (-1) + 1 = 2, 6 + 1 = 3, 6$ .
- (d) On résout  $i(x) = -\frac{8}{7} \iff \frac{1}{3}x = -\frac{8}{7} \iff x = -\frac{8}{7} \times 3 = -\frac{24}{7}$ .
- (e) On calcule  $h(0, 1) = -2 \times 0 + 1 = -0, 2 + 1 = 0, 8$ . Comme  $0, 8 \neq -1, 1$ , le point  $A$  n'appartient pas à la courbe  $\mathcal{C}_h$ .
- (f)  $\mathcal{C}_h$  passe par  $(0; 1)$  et  $(1; -1)$  ;  $\mathcal{C}_i$  passe par  $(0; 0)$  et  $(3; 1)$ .
- (g) Intersection de  $h$  et  $i$  :

$$-2x + 1 = \frac{1}{3}x \iff 1 = \frac{1}{3}x + 2x \iff 1 = \frac{7}{3}x \iff x = \frac{3}{7}$$

On calcule l'ordonnée :  $i\left(\frac{3}{7}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{1}{7}$ . Les coordonnées sont  $\left(\frac{3}{7}; \frac{1}{7}\right)$ .

3. Soit  $j(x) = ax + b$ .

$$a = \frac{j(3) - j(-2)}{3 - (-2)} = \frac{99 - (-91)}{5} = \frac{190}{5} = 38$$

On cherche  $b$  avec  $j(3) = 99 \iff 38 \times 3 + b = 99 \iff 114 + b = 99 \iff b = -15$ . D'où  $\mathbf{j(x) = 38x - 15}$ .

## 1.4 Fonctions de référence

1. Synthèse des fonctions de référence :

- Fonction carré ( $x \mapsto x^2$ ) :  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ . Décroissante sur  $] -\infty ; 0]$  puis croissante sur  $[0 ; +\infty[$ . Toujours positive ou nulle.
- Fonction cube ( $x \mapsto x^3$ ) :  $\mathcal{D} = \mathbb{R}$ . Strictement croissante sur  $\mathbb{R}$ . Négative sur  $] -\infty ; 0]$  et positive sur  $[0 ; +\infty[$ .
- Fonction racine ( $x \mapsto \sqrt{x}$ ) :  $\mathcal{D} = [0 ; +\infty[$ . Strictement croissante. Toujours positive ou nulle.
- Fonction inverse ( $x \mapsto \frac{1}{x}$ ) :  $\mathcal{D} = \mathbb{R}^*$ . Strictement décroissante sur  $] -\infty ; 0[$  et sur  $]0 ; +\infty[$ . Négative sur  $] -\infty ; 0[$  et positive sur  $]0 ; +\infty[$ .

2. Comparaisons ( $a < b < 0 < c < d$ ) :

- $a^2 > b^2$  (la fonction carré inverse l'ordre sur  $] -\infty ; 0[$ )
- $c^2 < d^2$  (la fonction carré conserve l'ordre sur  $[0 ; +\infty[$ )
- $\sqrt{c} < \sqrt{d}$  (la fonction racine carrée conserve l'ordre)
- $a^3 < d^3$  (car  $a^3 < 0$  et  $d^3 > 0$ )
- $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  (la fonction inverse inverse l'ordre sur  $] -\infty ; 0[$ )
- $\frac{1}{a} < \frac{1}{c}$  (car  $\frac{1}{a} < 0$  et  $\frac{1}{c} > 0$ )

## 2 Calcul Littéral et équations

### 2.1 Calculs essentiels

- $A = \frac{-2}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{-2}{5} = \frac{-2}{3} - \frac{6}{20} = \frac{-2}{3} - \frac{3}{10} = \frac{-20}{30} - \frac{9}{30} = -\frac{29}{30}$
- $B = 1 - \frac{\frac{7}{2}-3}{-\frac{4}{3}} = 1 - \frac{\frac{1}{2}}{-\frac{4}{3}} = 1 - \left(\frac{1}{2} \times \left(-\frac{3}{4}\right)\right) = 1 + \frac{3}{8} = \frac{11}{8}$
- $C = \sqrt{98} = \sqrt{49 \times 2} = 7\sqrt{2}$
- $D = \sqrt{18} + \sqrt{72} - \sqrt{32} = 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
- $E = \frac{3^7 \times 3^{-4}}{3^{-12} \times 3^1} \times 3^8 = \frac{3^3}{3^{-11}} \times 3^8 = 3^{3-(-11)} \times 3^8 = 3^{14} \times 3^8 = 3^{22}$
- $F = \frac{a^6 \times a^{10}}{a^{-1}} = \frac{a^{16}}{a^{-1}} = a^{16-(-1)} = a^{17}$

### 2.2 Développement

- $A(x) = (4x^2 - 12x + 9) + (5x - 2x^2 - 20 + 8x) = 2x^2 + x - 11$
- $B(x) = (9x^2 - 30x + 25) - (4x^2 - 1) = 9x^2 - 30x + 25 - 4x^2 + 1 = 5x^2 - 30x + 26$
- $C(x) = (2x-3)[(x+5) - (2x-3)] = (2x-3)(-x+8) = -2x^2 + 16x + 3x - 24 = -2x^2 + 19x - 24$
- $D(x) = (9x^2 + 6x + 1) - 4(x^2 - 4x + 4) = 9x^2 + 6x + 1 - 4x^2 + 16x - 16 = 5x^2 + 22x - 15$

### 2.3 Factorisation

- $E(x) = (2x - 2)[(3x + 4) + (-3x + 8)] = (2x - 2)(12) = 24(x - 1)$
- $F(x) = (3 - 8x)[x - (3 - 8x)] = (3 - 8x)(9x - 3) = 3(3 - 8x)(3x - 1)$
- $G(x) = (5x + 2)(1 - 3x) + 2(5x + 2)(8x - 1) = (5x + 2)[(1 - 3x) + (16x - 2)] = (5x + 2)(13x - 1)$
- $H(x) = (5x)^2 - 4^2 = (5x - 4)(5x + 4)$
- $I(x) = [(3x + 1) - (x - 2)][(3x + 1) + (x - 2)] = (2x + 3)(4x - 1)$
- $J(x) = (5x - 4)(5x + 4) + (5x - 4)(x + 2) = (5x - 4)[(5x + 4) + (x + 2)] = (5x - 4)(6x + 6)$   
ou encore  $J(x) = 6(5x - 4)(x + 1)$

### 2.4 Équations

#### 1. Premier degré :

- $2x - 1 = 7x + 8 \iff -5x = 9 \iff x = -\frac{9}{5} \quad \mathbf{S} = \left\{-\frac{9}{5}\right\}$
- $\frac{2}{3}x - 5x = \frac{2}{5} + 4 \iff -\frac{13}{3}x = \frac{22}{5} \iff x = \frac{22}{5} \times \left(-\frac{3}{13}\right) = -\frac{66}{65} \quad \mathbf{S} = \left\{-\frac{66}{65}\right\}$
- $x + 6x - 16 = x \iff 6x = 16 \iff x = \frac{8}{3} \quad \mathbf{S} = \left\{\frac{8}{3}\right\}$

#### 2. Équations produit nul :

- $3x - 1 = 0$  ou  $-2x + 4 = 0 \iff x = \frac{1}{3}$  ou  $x = 2 \quad \mathbf{S} = \left\{\frac{1}{3}; 2\right\}$
- $2x - \frac{1}{3} = 0$  ou  $x + 3 = 0 \iff x = \frac{1}{6}$  ou  $x = -3 \quad \mathbf{S} = \left\{-3; \frac{1}{6}\right\}$
- $x(x - 2) = 0 \iff x = 0$  ou  $x = 2 \quad \mathbf{S} = \{0; 2\}$

#### 3. Second degré :

- $x^2 = 5 \iff x = \sqrt{5}$  ou  $x = -\sqrt{5} \quad \mathbf{S} = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$
- $x^2 = -1 \iff$  Un carré étant toujours positif dans  $\mathbb{R}$ , c'est impossible.  $\mathbf{S} = \emptyset$
- $3x^2 = 8 \iff x^2 = \frac{8}{3} \iff x = \sqrt{\frac{8}{3}}$  ou  $x = -\sqrt{\frac{8}{3}} \quad \mathbf{S} = \left\{-\sqrt{\frac{8}{3}}; \sqrt{\frac{8}{3}}\right\}$

## 2.5 Un problème

1. On développe l'expression proposée :  $(x - 3)^2 - 1 = x^2 - 6x + 9 - 1 = x^2 - 6x + 8 = P(x)$ .  
L'égalité est démontrée. On appelle cette forme : la forme canonique.
2. On reconnaît la troisième identité remarquable  $(x - 3)^2 - 1^2 = (x - 3 + 1)(x - 3 - 1)$ . On en déduit la forme factorisée :  $P(x) = (x - 2)(x - 4)$
3. (a) Pour  $P(x) = 0$ , on utilise la forme factorisée :  
 $(x - 4)(x - 2) = 0 \iff x - 4 = 0$  ou  $x - 2 = 0 \iff x = 4$  ou  $x = 2$ .  $\mathbf{S} = \{2 ; 4\}$ .
- (b) Pour  $P(x) = 8$ , on utilise la forme développée donnée par l'énoncé :  
 $x^2 - 6x + 8 = 8 \iff x^2 - 6x = 0 \iff x(x - 6) = 0 \iff x = 0$  ou  $x = 6$ .  $\mathbf{S} = \{0 ; 6\}$ .
- (c) Pour  $P(x) = -1$ , on utilise la forme canonique :  
 $(x - 3)^2 - 1 = -1 \iff (x - 3)^2 = 0 \iff x = 3$ .  $\mathbf{S} = \{3\}$ .

### 3. Signe et Inéquations

#### 3.1 Déterminer graphiquement le signe d'une fonction

1. (a) Signe de  $h(x)$ :

La courbe est au-dessus de l'axe des abscisses pour  $x$  appartenant aux intervalles  $[-5; 2]$  et  $[4; 6]$ .  
Voir la vidéo pour le rappel de la méthode.

$x$	-6	-5	2	4	6			
$h(x)$		-	0	+	0	-	0	+

(b) A l'aide du tableau de signes ou de la courbe, on déduit que les solutions de l'inéquation  $h(x) \geq 0$ :  
 $S = [-5; 2] \cup [4; 6]$

2. (a)  $f(-7) > 0$ ;  $f(-1) < 0$ ;  $f(0) < 0$ ;  $f(1) < 0$ ;  $f(5) > 0$

(b) A l'aide du tableau de signes, on déduit que les solutions de l'inéquation  $f(x) \geq 0$ :  
 $S = ]-\infty; -3] \cup [4; +\infty[$

#### 3.2 Il faut avoir écouté la vidéo avant de chercher les exercices !

Pour faire ces tableaux de signes, on fait le tour de la carte mentale pour chaque expression.

##### → Signe évident

$$C(x) = 2x^2 + 3 \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

Pour  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 \geq 0$  car un carré est toujours positif.

On en déduit que pour  $x \in \mathbb{R}$ ,  $2x^2 + 3$  est positif.

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$C(x)$	+	

$$F(x) = -2x^2 - 5 \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

Pour  $x \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 \geq 0$  car un carré est toujours positif.

Donc pour  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-2x^2 \leq 0$  car un carré est toujours positif.

Donc, pour  $x \in \mathbb{R}$ ,  $-2x^2 - 5 < 0$ .

$x$	$-\infty$	$+\infty$
$F(x)$	-	

$$H(x) = \frac{-1}{(x-17)^2} \text{ pour } x \in ]-\infty; 17[ \cup ]17; +\infty[$$

On rappelle que  $(x - 17)^2$  ne peut pas être nul car on ne peut pas diviser par 0/

Or  $(x - 17)^2 = 0$  pour  $x = 17$ .

Donc 17 est une valeur interdite.

Donc pour  $x \in ]-\infty; 17[ \cup ]17; +\infty[$ ,  $(x - 17)^2 > 0$  car un carré est toujours positif.

Donc pour  $x \in ]-\infty; 17[ \cup ]17; +\infty[$ ,  $\frac{-1}{(x-17)^2} < 0$ .

$x$	$-\infty$	17	$+\infty$
$H(x)$	-		-

##### → Du premier degré Fonctions affines (A, B, D, E, F)

Les fonctions  $f$  s'écrivent, pour  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = ax + b$ .

Le signe de  $a$  permet de connaître le sens de variation de  $f$  et d'en déduire le signe de  $f(x)$  suivant les valeurs de  $x$  (voir la vidéo sur le signe de la question 1)

Si  $a > 0$ , la fonction est croissante et le signe pour  $f(x)$  sera - 0 +

Si  $a < 0$ , la fonction est décroissante et le signe pour  $f(x)$  sera + 0 -

On cherche la valeur de  $x$  pour laquelle  $f(x) = 0$ .

On conclut sur le tableau de signes.

$$A(x) = -2x + 5 \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

- Coefficient directeur :  $a = -2 < 0 \rightarrow$  Décroissante donc + 0 -
- On résout :  $-2x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$ .
- Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$\frac{5}{2}$	$+\infty$
$A(x)$	+	0	-

$$B(x) = 4x - 5 \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

- Coefficient directeur :  $a = 4 > 0 \rightarrow$  Croissante
- On résout :  $4x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4} = 1,25$ .
- Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$\frac{5}{4}$	$+\infty$
$B(x)$	-	0	+

$$D(x) = x + 5 \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

- Coefficient :  $a = 1 > 0 \rightarrow$  Croissante.
- On résout :  $x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$ .
- Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	-5	$+\infty$
$D(x)$	-	0	+

$$E(x) = 4 - 7x = -7x + 4 \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

- Coefficient :  $a = -7 < 0 \rightarrow$  Décroissante.
- On résout :  $4 - 7x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4}{7}$
- Tableau de signes :

$x$	$-\infty$	$\frac{4}{7}$	$+\infty$
$E(x)$	+	0	-

➔ produit ou expression à transformer en produit en factorisant : **G, I**

$$G(x) = (-2x + 5)(-x + 9) \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

On étudie sur chaque ligne du tableau de signes le signe de chacune des fonctions affines  $x \mapsto -2x + 5$  et  $x \mapsto -x + 9$

$x$	$-\infty$	<b>2,5</b>	<b>9</b>	$+\infty$	
$-2x + 5$	+	0	-	-	
$-x + 9$	+	+	0	-	
<b>G(x)</b>	<b>+</b>	<b>0</b>	<b>-</b>	<b>0</b>	<b>+</b>

$$I(x) = -3x^2 + 8x = x(-3x + 8) \text{ pour } x \in \mathbb{R}$$

On étudie sur chaque ligne du tableau de signes le signe de chacune des fonctions affines  $x \mapsto x$  et  $x \mapsto -3x + 8$

<b>x</b>	$-\infty$	<b>0</b>	$\frac{8}{3}$	$+\infty$	
<b>x</b>	-	0	+	+	
<b>-3x + 8</b>	+	+	0	-	
<b>I(x)</b>	-	<b>0</b>	<b>+</b>	<b>0</b>	-

→ quotient : **K, J**

$$K(x) = \frac{7x-8}{8-x} \text{ pour } x \in ]-\infty; 8[ \cup ]8; +\infty[$$

On cherche d'abord la valeur interdite.

Le dénominateur ne peut être égal à 0.

$$8 - x = 0 \Leftrightarrow x = 8$$

8 est la valeur interdite pour  $K(x)$ .

On étudie sur chaque ligne du tableau de signes le signe de chacune des fonctions affines

$$x \mapsto 7x - 8 \text{ et } x \mapsto 8 - x$$

<b>x</b>	$-\infty$	$\frac{8}{7}$	<b>8</b>	$+\infty$	
<b>7x - 8</b>	-	0	+	+	
<b>8 - x</b>	+	+	0	-	
<b>K(x)</b>	-	<b>0</b>	<b>+</b>		-

$$J(x) = \frac{-3x+1}{(x-8)^2} \text{ pour } x \in ]-\infty; 8[ \cup ]8; +\infty[$$

On cherche d'abord la valeur interdite.

Le dénominateur ne peut être égal à 0.

$$(x - 8)^2 \Leftrightarrow x = 8$$

8 est la valeur interdite pour  $K(x)$ .

On étudie sur chaque ligne du tableau de signes le signe de chacune des fonctions  $x \mapsto -3x + 1$  et  $x \mapsto (x - 8)^2$

La première est une fonction affine et pour la deuxième, le signe est évident, toujours positif.

<b>x</b>	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	<b>8</b>	$+\infty$	
<b>-3x + 1</b>	+	0	-	-	
<b>(x - 8)<sup>2</sup></b>	+	+	0	+	
<b>K(x)</b>	<b>+</b>	<b>0</b>	-		-

### 3.3 Résolution d'inéquations

Après le rappel fait en vidéo, on classe les inéquations.

#### → les inéquations du premier degré

(a)  $-2x + 1 < 5$

$-2x + 1 < 5$

$\Leftrightarrow -2x + 1 < 5$

$\Leftrightarrow -2x < 4$

$\Leftrightarrow x > -2$  car on divise par un négatif

$S = ] - 2; +\infty[$

(b)  $-7x + 3 \geq x - 18$

$\Leftrightarrow 3 \geq x + 7x - 18$

$\Leftrightarrow 3 \geq 8x - 18$

$\Leftrightarrow 21 \geq 8x$

$\Leftrightarrow \frac{21}{8} \geq x$  car on divise par un positif

$\Leftrightarrow x \leq \frac{21}{8}$

$S = ] - \infty; \frac{21}{8}[$

#### → les inéquations produit ou les inéquations de degré supérieur ou égal à 2 que l'on transforme en inéquation produit

Voir la vidéo pour la méthode.

$(x - 1)(-3x + 4) > 0$

- On fait un tableau de signes.

$x$	$-\infty$	<b>1</b>	$\frac{4}{3}$	$+\infty$	
$x - 1$	-	0	+	+	
$-3x + 4$	+	+	0	-	
$(x - 1)(-3x + 4)$	-	<b>0</b>	<b>+</b>	<b>0</b>	-

-On conclut pour l'inéquation.

$(x - 1)(-3x + 4) > 0$

$S = ]1; \frac{4}{3}[$

$-x(-7x + 1) \geq 0$

- On fait un tableau de signes.

$x$	$-\infty$	<b>0</b>	$\frac{1}{7}$	$+\infty$	
$-x$	+	0	-	-	
$-7x + 1$	+	+	0	-	
$-x(-7x + 1)$	<b>+</b>	<b>0</b>	-	<b>0</b>	<b>+</b>

-On conclut pour l'inéquation.

$-x(-7x + 1) \geq 0$

$S = ] - \infty; 0] \cup [\frac{1}{7}; +\infty[$

$$x^2 - 2x \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 2) \leq 0$$

- On fait un tableau de signes.

$x$	$-\infty$	<b>0</b>	<b>2</b>	$+\infty$	
$x$	-	0	+	+	
$x - 2$	-	-	0	+	
$x(x - 2)$	+	0	-	0	+

-On conclut pour l'inéquation.

$$x(x - 2) \leq 0$$

$$S = [0; 2]$$

$$\frac{3-x}{7x+3} \geq 0$$

On cherche d'abord la valeur interdite.

Le dénominateur ne peut être égal à 0.

$$7x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{7}$$

$$-\frac{3}{7} \text{ est la valeur interdite pour } \frac{3-x}{7x+3}$$

- On fait un tableau de signes.

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{7}$	<b>3</b>	$+\infty$	
$3 - x$	+	+	0	-	
$7x + 3$	-	0	+	+	
$\frac{3-x}{7x+3}$	-		+	0	-

-On conclut pour l'inéquation.

$$\frac{3-x}{7x+3} \geq 0$$

$$S = ]-\frac{3}{7}; 3] \text{ attention, il faut exclure la valeur interdite !}$$

## 4. Vecteurs

a.  $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FL} = -\overrightarrow{FB}$

b.  $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{FI}$

c.  $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{JI}$

d. Deux vecteurs opposés au vecteur  $\overrightarrow{GH}$  :  $\overrightarrow{HG}$  et  $\overrightarrow{BC}$  par exemple (même direction, même norme, sens opposés)

e.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{AL}$  on part de A puis on fait des translations successives.

$$\overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HD} \quad \overrightarrow{BE} - \overrightarrow{HA} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{BL}$$

f. Avec la relation de Chasles :  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FL} = \overrightarrow{AL}$  ;  $\overrightarrow{HB} - \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{FH} + \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{FB}$

### 4.2 Avec des coordonnées

1. Lire les coordonnées des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  dans le repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

Regarder la vidéo pour les rappels.

$$\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

2. Dans un repère orthonormé, on considère les points  $A(-13; 2)$ ,  $B(-6; -7)$  et  $C(4; 5)$ .  
Regarder la vidéo pour les rappels des formules.

a. Coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{AB}$ :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 - (-13) \\ -7 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \end{pmatrix}$$

On a donc  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \end{pmatrix}$

b. Coordonnées du milieu  $I$  du segment  $[BC]$ :

$$I \left( \frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2} \right) \text{ donc } I \left( \frac{-6+4}{2}; \frac{-7+5}{2} \right)$$

On en déduit :  $I(-1; -1)$

c. Distance  $CA$ :

$$CA = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(-13 - 4)^2 + (2 - 5)^2} = \sqrt{(-17)^2 + (-3)^2} = \sqrt{289 + 9} = \sqrt{298}$$

d. Calculer les coordonnées du point  $M(x_M; y_M)$  tel que  $\overrightarrow{AM} = 2 \overrightarrow{BC}$ .

$$\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 10 \\ 12 \end{pmatrix} \text{ donc } 2 \overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 20 \\ 24 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AM} = 2 \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_M - (-13) \\ y_M - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 20 \\ 24 \end{pmatrix}$$

On en déduit que :

$$x_M + 13 = 20 \quad \text{et} \quad y_M - 2 = 24$$

$$x_M = 7 \quad \text{et} \quad y_M = 26$$

Donc  $M(7; 26)$

### 4.3 Colinéarité

Dans un repère orthonormé, on a les points  $A(-3; -3)$ ,  $B(3; -1)$ ,  $C(6; 0)$ ,  $D(-1; 1)$  et  $E(14; 6)$ .

Regarder la vidéo pour les rappels de méthodes et de formules.

a.  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} 15 \\ 5 \end{pmatrix}$

$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{DE}) = 6 \times 5 - 2 \times 15 = 0$  donc les vecteurs sont colinéaires donc les droites  $(AB)$  et  $(DE)$  sont parallèles.

Pour la colinéarité, on aurait pu remarquer que  $\overrightarrow{DE} = 2,5 \overrightarrow{AB}$ .

b.  $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

On a  $\overrightarrow{AB} = 2 \overrightarrow{BC}$  donc les vecteurs sont colinéaires (avec le point B en commun) donc les points A, B et C sont alignés.